**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**

**Кафедра АМ**  
  
  
  
  
  
  
ОТЧЕТ

по домашней работе №4

по дисциплине «Элементы функционального анализа»

Тема: Продолжение функционала.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 1384 |  | Бобков В. Д. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2024

# Теоретические положения

Линейной функционалом называется линейное отображение линейного пространства в множество вещественных или комплексных чисел.

Норму функционала можно вычислить как максимум его значений на аргументах с нормой не более единицы:



Теорема Хана-Банаха: линейный непрерывный функционал, заданный на подпространстве банахова пространства можно продолжить на все пространство с сохранением нормы.

Теорема Рисса-Фишера: любой функционал в гильбертовом пространстве можно отождествить с некоторым элементом в этом пространстве:



Пусть *f* — линейный функционал на банаховом пространстве *Х*. Ядром функционала называется множество

# 

# 

# ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

Вариант 2.

Подпространство:

*k* = {1, 2, 9, 2}

Функционал на :

g = {3, 5, 4, 6}

**Задание 1**. Вычисление нормы как функционала на .

Построим базис под функционал такой, что .

Определим ,

Теперь с помощью ортогонализации Грамма-Шмидта можно получить 4 ортонормированных вектора.

Для вычисления нормы нужно рассмотреть скалярное произведение

Так как , видно, что максимум достигается на , x1 = 1, тогда

**Задание 2**. Вычисление нормы как функционала на .

Строим черновой базис под функционал a, b, c, d такой, что выполнены соотношения

– в подпространстве, но вне ядра

– в подпространстве и в ядре

– в подпространстве и в ядре

– вне подпространства

Составим СЛУ для :

Решением будет , пусть . Итак, .

Векторы удовлетворяют одним и тем же условиям, составим для них единую СЛУ:

Тогда решением будет:

Для : .

Для :

СЛУ для :

Решение данной системы: .

Пусть d4 = 1, то .

Ортонормированный базис выглядит следующим образом:

Таким образом, норма в : ,

Что не превосходит .

**Задание 3**. Продолжение функционала

Достаточно определить функционал на базисе такой, что

Тогда , что и требовалось.

Составим СЛУ для условий выше:

Решение данной системы:

Так, условия на сохранение нормы соблюдены и значение функционала будет совпадать со значениями функционала на подпространстве в силу поставленных на условий.